



تکلیف شماره سه - موعده تحویل: شنبه ۱/۱۹ - نحوه ارائه جواب: دستی ابتدای کلاس

دانشجویان گرامی توجه نمایند سؤالات ستاره‌دار صرفاً جهت آشنایی با نمونه سؤالات امتحانی داده شده و نمره‌ای برای آن‌ها منظور نشده است لذا نیازی به تمویل این دسته از سؤالات نیست.

❖ برای تمامی سؤالات مل به صورت کامل نوشته شود.

۱- تولیدکننده‌ای می‌فواهد از محصولات ۱ و ۲ به ترتیب به اندازه‌ی x_1 و x_2 واحد تولید کند. او می‌داند که تقاضا برای محصول ۱ متغیر تصادفی D_1 با تابع چگالی احتمال زیر است:

$$f_{D_1}(y) = \begin{cases} \frac{1}{5000}(200 - y); & 0 \leq y \leq 200 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

همچنین تقاضا برای محصول ۲، متغیر تصادفی D_2 با توزیع یکنواخت بین ۰ و ۲۰۰ است. قیمت فروش هر واحد از محصول ۱، ۵۰۰۰۰ ریال و هزینه تولید هر واحد آن ۳۰۰۰۰ ریال و قیمت فروش هر واحد از محصول ۲، ۱۰۰۰۰ ریال و هزینه تولید هر واحد آن ۵۰۰۰ ریال می‌باشد. بودجه این تولیدکننده برای تولید محصولات ۱ و ۲، ۱۵۰۰۰۰۰ ریال است. هدف این تولیدکننده آن است که x_1 و x_2 چنان تعیین کند که متوسط سود حاصل از فروش این دو محصول، با در نظر گرفتن محدودیت بودجه ماکزیمم شود. تابع هدف این مسئله، جواب بهینه متغیرهای x_1 و x_2 و مقدار بهینه تابع هدف را به دست آورید.

۲- فرمانده یک پایگاه نظامی می‌فواهد برای سربازان آن پادگان پوتین سفارش دهد. این فرمانده می‌تواند پوتین‌هایی با سه اندازه کوچک، متوسط و بزرگ سفارش دهد. اگرچه او دقیقاً نمی‌داند که به چه تعدادی از هر اندازه پوتین نیاز دارد. ولی می‌داند که تقاضا برای سه اندازه پوتین از یکدیگر مستقل است و تقاضا برای هر اندازه پوتین دارای توزیع احتمالی پیوسته یکنواخت بین ۰ و ۴۰۰۰ جفت است. هدف فرمانده این است که بودجه ۳۰۰۰ تومانی خود را به سه اندازه پوتین چنان اختصاص دهد که تعداد متوسط سربازانی را که پوتین مناسب نصیبشان می‌شود، ماکزیمم کند. فرض کنید که هزینه پوتین کوچک جفتی ۲ تومان، پوتین متوسط جفتی ۳ تومان و پوتین بزرگ جفتی ۵ تومان، تعداد سفارش داده شده از پوتین اندازه $i = X_i$ وقتی که i برابر ۱ و ۲ و ۳ به ترتیب برای پوتین اندازه کوچک، متوسط و بزرگ است. همچنین اگر Z_i برابر با تعداد سربازانی که صاحب پوتین مناسب از اندازه i شده‌اند باشد در این صورت مدل مسئله، جواب بهینه تابع هدف و مقدار بهینه هر یک از متغیرها را به دست آورید.



۳- اکستریمهای مطلق توابع زیر را روی فاصله داده شده مناسبه نمایید.

• $f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 - 4x + 3$ روی فاصله $[0, 4]$

• $f(x) = \sin x + x$ روی فاصله $[0, \frac{3\pi}{2}]$

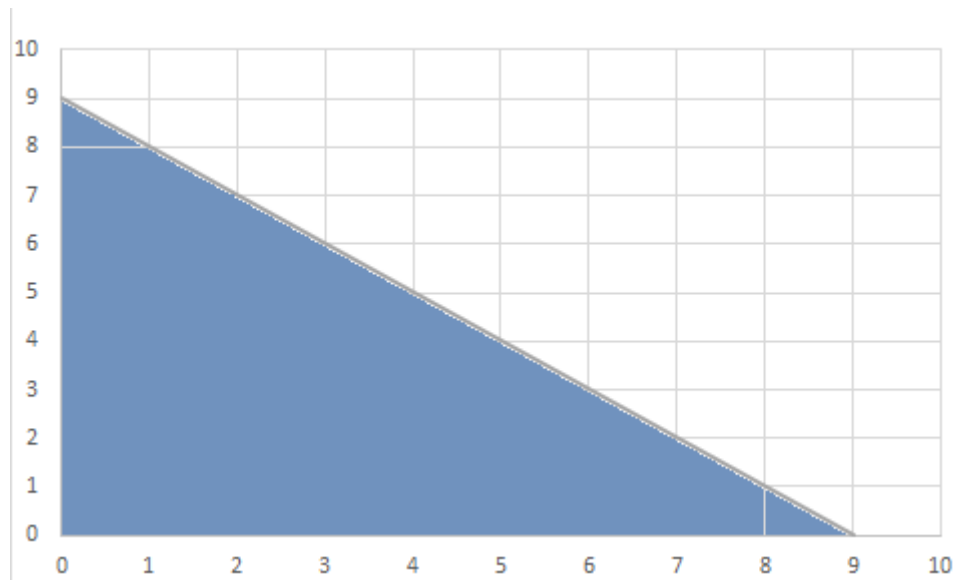
• $f(x) = -\sin x + \cos x$ روی فاصله $[0, 2\pi]$

۴- طولهای نقاط اکستریم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 2x + a}{x^2 + b}$ ریشههای معادله $x^2 - 4x + 2 = 0$ هستند. مجموع

عرضهای این نقاط را به دست آورید (مل به صورت کامل نوشته شود).

۵- مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع زیر را بر روی ناحیه مثلثی شکل زیر به دست آورید. (*)

$$f(x, y) = 2x + 2y - x^2 - y^2 + 2$$



۶- در تابع هدف زیر دامنه Z را تعیین نمایید. (*)

$$\begin{aligned} Z &= x_1 + x_2 \\ 4 &\leq x_1^2 + x_2^2 \leq 9 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

مرتضی راستی برزگی

rasti.iut.ac.ir